

Университетский курс
общей физики

М.В.Семенов, А.А.Якута

МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЛЕКЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Под общей редакцией В.А.Алешкевича

МОСКВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ
1998

УДК 53.07 (075.8)

ББК 22.3

Механика твердого тела. Лекционный эксперимент.
(Университетский курс общей физики)

Семенов М.В., Якута А.А.

изд-во Физического факультета МГУ, 1998 г., 32 стр., илл.

Пособие содержит описания лекционных экспериментов по механике твердого тела, которые являются составной частью раздела «Механика» курса общей физики.

Для студентов и преподавателей физических специальностей университетов и высших учебных заведений.

*Михаил Владимирович Семенов
Алексей Александрович Якута*

Механика твердого тела. Лекционный эксперимент.
(Университетский курс общей физики)

Под общей редакцией проф. В.А.Алешкевича

Оригинал-макет подготовлен Издательской группой физического факультета МГУ (тел. 939-5494). Подписано в печать 20.06.1998. Сдано в набор 22.06.1998. Формат В5, гарнитура Times, печать ризо, объем 2,0 печ.л., тираж 100 экз. Отпечатано в отделе оперативной печати физического факультета МГУ. Заказ №????.

Издательство Физического факультета МГУ. Лицензия ЛР021293 от 18.06.98. Москва, 119899, Воробьевы горы, МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет.

ISBN 0-00-000000-0

© Семенов М.В., Якута А.А., 1998

© Виноградов М.П. (обложка и оформление), 1998

© Физический факультет МГУ, 1998

Предисловие

На кафедре общей физики ведется работа по подготовке и изданию оригинального курса “Общая физика”, предназначенного для студентов физических специальностей вузов.

Курс будет охватывать четыре раздела: “Механика”, “Молекулярная физика”, “Электромагнетизм” и “Оптика”, соответствовать новым учебным программам, разработанным на физическом факультете МГУ, и отражать современные тенденции и технологии физического образования.

Отличительной особенностью данного курса является то, что в нем наиболее последовательно в методическом отношении проводится точка зрения о существенном единстве основных форм обучения физике: лекций, лабораторных экспериментов и семинарских упражнений. Лекции по каждой теме начинаются с демонстрации основных экспериментальных фактов, которые затем анализируются и обобщаются в виде физических законов и соотношений. Такой “экспериментальный” подход к изложению материала закрепляется при выполнении лабораторных экспериментов, цель которых — научить студентов навыкам самостоятельной постановки и решения физических проблем, проведению экспериментальных исследований, включая компьютерное моделирование, а также методам интерпретации и анализа экспериментальных данных. Более глубокое понимание основных физических явлений и закономерностей достигается на семинарских занятиях.

В соответствии с поставленными задачами каждый раздел курса будет состоять из четырех пособий: “Лекции”, “Лекционный эксперимент”, “Лабораторный эксперимент”, “Семинарские занятия”. Пособия, написанные в едином методическом ключе, будут комплектоваться видеокассетами и лазерными дисками (CD ROM) с записями лекционных демонстраций, а также дискетами с описаниями модельных экспериментов.

Описания лекционных экспериментов по кинематике и динамике твердого тела представляют из себя часть готовящегося к изданию курса “Механика” и являются приложением к лекциям по данной теме. В пособии описаны эксперименты, которые в течение ряда лет демонстрируются при чтении курса общей физики студентам МГУ. Большая часть из них разработана в Кабинете физических демонстраций сотрудниками физического факультета МГУ.

Авторы выражают глубокую благодарность Г.Е.Пустовалову за внимательное прочтение рукописи и ценные замечания, М.П.Виноградову за подготовку рукописи к изданию, а также М.Е.Горбачеву за помощь в работе.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Кинематика твёрдого тела

1.1. Степени свободы (стержень и цилиндр, гайка и винт, шар)	6
1.2. Различие кругового поступательного и вращательного движения твёрдого тела («колесо обозрения»)	7
1.3. Угловая скорость (вращение диска с меткой в стробоскопическом освещении)	7
1.4. Распределение скоростей во вращающемся твёрдом теле (опыт с точилом)	8
1.5. Мгновенная ось вращения (качение параллелепипеда, призмы, цилиндра)	8
1.6. Сложение вращательного движения с поступательным, мгновенная ось вращения (диск с точками)	9
1.7. Сложение угловых скоростей (волчок)	9
1.8. Сложение угловых скоростей (шар с точками)	11

2. Динамика твёрдого тела

2.1. Движение центра масс:	
1) бросание палки с лампочкой	12
2) опыт с дощечкой на столе	12
2.2. Маятник Обербека (момент силы и момент инерции)	13
2.3. «Непослушная» катушка	13
2.4. Скатывание цилиндров с различным распределением масс с наклонной плоскости (полый, сплошной цилиндры и «ванька-встанька»)	14
2.5. Маятник Максвелла:	
1) с лопатками для создания трения о воздух	14
2) на весах	14
3) с фазой вращения в нижней точке	15
2.6. Свободные оси вращения:	
1) бросание параллелепипеда	16
2) вращение стержня, диска, кольца и цепочки на центробежной машине	16
2.7. Опыты на вращающемся столе с воздушной подушкой:	
1) кинематика вращательного движения	17
2) динамика вращательного движения	18
3) проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера	18
2.8. Закон сохранения момента количества движения:	
1) скамья Жуковского (с гантелями и с велосипедным колесом)	19
2) вращение ротора и статора электродвигателя, закреплённого в подшипниках ...	20
3) пушка с несимметричным снарядом	20
4) «кошка» Конопаткина	20
5) маятник Пешехонова	21
6) вращающаяся двойная цилиндрическая спираль	21
2.9. Гироскопы:	
1) сохранение направления оси вращения свободного гироскопа (карданов подвес, волчок)	22
2) прецессия и нутация гироскопа	23
3) опрокидывающийся гироскоп (гироскоп на вращающемся диске)	25
4) катящийся обруч	25
2.10. Гироскопические силы:	
1) гибкий диск	25
2) монорельсовая дорога	27
3) гироскоп на качалке	28
4) гироскоп в шаре	28
2.11. Вращение деревянного яйца	29
2.12. Китайский волчок	29
2.13. Кельтские камни	30

1. Кинематика твёрдого тела

1.1. Степени свободы (стержень и цилиндр, гайка и винт, шар)

Число степеней свободы, т.е. независимых параметров — координат, однозначно определяющих положение твёрдого тела, — зависит от ограниче-



Рис. 1.1а



Рис. 1.1б

ний, наложенных на движение этого тела. Это демонстрируется на примерах. Если на металлический стержень надет цилиндр с отверстием, диаметр которого равен диаметру стержня, то цилиндр, перемещаясь относительно стержня, имеет две степени свободы — поступательное движение вдоль стержня и вращение вокруг него (рис. 1.1а). При внешне похожем движении гайки вдоль винта (рис. 1.1б) она имеет всего одну степень свободы, поскольку в этом случае линейная и угловая координаты связаны между собой.



Рис. 1.1в

Движение твёрдого тела, имеющего одну неподвижную точку, описывается тремя независимыми угловыми координатами. Это демонстрируется при помощи шара большого диаметра, лежащего на подставке из цилиндрической трубы, имеющей несколько меньший диаметр (рис. 1.1в). При всех поворотах шара относительно подставки его центр остаётся на месте. На шар нанесена метка в виде стрелки, так что его положение однозначно определяется положением стрелки. Стрелка может быть переведена из одного в любое другое положение путём последовательных поворотов шара вокруг трёх осей: например, две угловые координаты определяют смещение нача-

ла стрелки по шару, а третья — её угол поворота. Шар может также использоваться для иллюстрации теоремы Эйлера.

1.2. Различие кругового поступательного и вращательного движения твёрдого тела («колесо обозрения»)

К ободу колеса, которое может вращаться в вертикальной плоскости, прикреплены на равных расстояниях два прямоугольных грузика, которые могут либо свободно висеть, как кабинки на «колесе обозрения», либо жёстко закрепляться. В первом случае (рис. 1.2а) при вращении колеса они совершают поступательное движение по кругу, а во втором – вращательное движение (рис. 1.2б).



Рис. 1.2а



Рис. 1.2б

1.3. Угловая скорость

(вращение диска с меткой в стробоскопическом освещении)

Черный диск с белой радиальной меткой, вращающийся в вертикальной плоскости на валу электродвигателя со скоростью несколько сотен оборотов в минуту, освещается в затемнённой аудитории стробоскопической лампой (рис. 1.3). При вращении диска с постоянной скоростью видны отдельные положения метки, отстоящие друг от друга на равные углы. Подбирая частоту вспышек стробоскопа, можно добиться «неподвижного» положения метки и измерить угловую скорость вращения диска. При торможении или разгоне диска демонстрируются неравноотстоящие положения метки, что свидетельствует о наличии углового ускорения.



Рис. 1.3

1.4. Распределение скоростей во вращающемся твёрдом теле (опыт с точилом)

Распределение скоростей в твёрдом теле, вращающемся вокруг неподвижной оси, демонстрируется при помощи точила — наждачного диска, насаженного на вал электродвигателя. Точило с открытым диском устанавливается на аудиторном столе так, чтобы вертикальная плоскость диска была обращена к аудитории. О величине и направлении линейной скорости различных точек вращающегося диска точила можно судить по длине и направлению снопа искр, возникающих при прижимании стальной проволоки к этому диску. Демонстрируется распределение скоростей по различным радиусам и по окружности вращающегося



Рис. 1.4а



Рис. 1.4б

щегося диска (рис. 1.4а), затем электромотор выключается, и диск тормозится проволокой в одной точке до остановки (рис. 1.4б), что позволяет убедиться в том, что длина снопа искр зависит от линейной скорости точек диска.

1.5. Мгновенная ось вращения (качение параллелепипеда, призмы, цилиндра)

Понятие мгновенной оси вращения иллюстрируется при помощи перекачивания без проскальзывания по аудиторному столу деревянных моделей — параллелепипеда, шестигранной призмы и цилиндра (рис. 1.5). Мгновенная ось, т.е. прямая линия, проходящая через неподвижные в данный момент точки тела, перемещается при этом как относительно тела, так и в пространстве, однако



Рис. 1.5

характер этого перемещения для разных тел различен. У параллелепипеда и призмы мгновенная ось, проходящая через линию их касания со столом, скачком смещается с одного ребра на другое при касании стола следующей гранью, а у цилиндра при его качении движется непрерывно, вместе с цилиндром.

1.6. Сложение вращательного движения с поступательным, мгновенная ось вращения (диск с точками)

Белый диск с чёрными точками укреплен на валу электродвигателя, который установлен на тележке так, что плоскость диска вертикальна. Тележка может двигаться по рельсам, уложенным на аудиторном столе, а диск обращён к аудитории (рис. 1.6).

После включения двигателя при неподвижной тележке наблюдают, что точка в центре диска, лежащая на оси двигателя, неподвижна, а остальные вращаются вокруг неё. Затем демонстратор берёт тележку в руки и быстро описывает ею окружности в плоскости, параллельной диску. При этом неподвижными кажутся точки, уже не лежащие в центре диска.



Рис. 1.6

Потом тележка вновь ставится на рельсы, и демонстратор начинает двигать её то в одну, то в другую сторону. При этом «неподвижные» точки наблюдаются то выше, то ниже центра диска.

Следует отметить, что смещение оси вращения хорошо заметно лишь в моменты поворота, т.е. при изменении скорости тележки. Это связано с тем, что наблюдатель непроизвольно следит за тележкой, и глаза «отстают» от неё только при наличии ускорения. Чтобы заметить смещение мгновенной оси вращения вверх или вниз при движении тележки с постоянной скоростью, надо оставить в поле зрения только часть плоскости диска с точками, прикрыв от наблюдателей движущуюся тележку и края диска неподвижным экраном с отверстием подходящего размера.

1.7. Сложение угловых скоростей (волчок)

Круглая подставка-диск может приводиться во вращение вокруг вертикальной оси, укрепленной на массивном основании. На подставке лежит волчок, снабжённый выдвижной осью (рис. 1.7а). Установка позволяет продемонстрировать сложение угловых скоростей и изменение положения мгновенной оси вращения в разных системах отсчёта.

Волчок устанавливают в наклонном положении на подставку, немного выдвинув ось и закрепив её кантовым зажимом. Острые оси при этом должны находиться в углублении в центре диска. При неподвижном диске толкают ось волчка так, чтобы он начал перекачиваться по диску без проскальзывания.



Рис. 1.7а

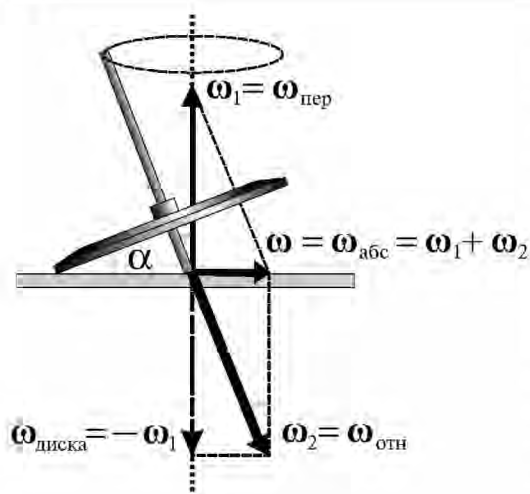


Рис. 1.7б

Затем останавливают волчок, и удерживая рукой его ось, вращают диск за ручку, расположенную под ним, так, чтобы волчок без проскальзывания катился по диску (рис. 1.7в). При вращающемся диске, когда ось волчка удерживается рукой в фиксированном положении, точка касания диска краем волчка стоит на месте, и мы как бы



Рис. 1.7в

В неподвижной системе отсчета, при невращающемся диске, волчок при перекачивании по диску вращается вокруг мгновенной оси, проходящей через острие оси и точку касания диска краем волчка. При этом абсолютная угловая скорость волчка ω направлена горизонтально (рис. 1.7б), и при перекачивании против часовой стрелки (если смотреть на волчок сверху) складывается из направленной вверх переносной угловой скорости вращения оси волчка вокруг вертикальной оси установки ω_1 и направленной вниз под углом α относительной угловой скорости вращения волчка вокруг своей оси ω_2 .

«пересаживаемся» в систему отсчета, вращающуюся вместе с осью диска вокруг вертикальной оси. В этой системе отсчета мгновенная ось вращения совпадает с осью волчка, относительная угловая скорость волчка, о которой шла речь в первом случае, становится абсолютной угловой скоростью, а абсолютная — относительной. Диск при этом вращается по часовой стрелке, и вектор его угловой скорости $\omega_{\text{диска}}$, являющейся в данном случае переносной скоростью, направлен вертикально вниз.

Следует отметить, что при малых углах α величина $\omega = \omega_2 \sin \alpha = \omega_1 \tan \alpha$ может быть весьма мала даже при больших угловых скоростях ω_1 и ω_2 .

1.8. Сложение угловых скоростей (шар с точками)

Черный шар с белыми точками (рис. 1.8а) может приводиться двумя электродвигателями с редукторами в независимое вращение вокруг двух взаимно перпендикулярных осей — вертикальной и горизонтальной. Угловые скорости вращения вокруг каждой из осей регулируются от нуля до некоторой максимальной величины. Согласно теореме Эйлера, сложное движение этого твердого тела (шара с точками) — вращение одновременно вокруг двух осей — сводится к вращению вокруг мгновенной оси, которая движется и в пространстве, и относительно тела. Вблизи мгновенной оси «смазывание» белых точек на черном шаре минимально, так как их скорости близки к нулю, и за перемещением мгновенной оси вращения легко следить по перемещению этих «несмазанных» точек.

Вначале шар раскручивается только вокруг вертикальной оси, затем — только вокруг горизонтальной оси; неподвижные точки при этом находятся на вертикальном или горизонтальном диаметре шара. Потом, после закручивания шара вокруг горизонтальной оси, начинают закручивать его со все возрастающей скоростью вокруг вертикальной оси, плавно уменьшая скорость вращения вокруг первой оси. При этом направление мгновенной оси вращения и вектора полной угловой скорости тела меняется от горизонтального к вертикальному через все промежуточные положения (рис. 1.8б). Затем опыт повторяется в обратном порядке. После демонстрации полезно показать на телеэкране видеозапись этого эксперимента в замедленном темпе.



Рис. 1.8а



Рис. 1.8б

2. Динамика твёрдого тела

2.1. Движение центра масс:

1) бросание палки с лампочкой.

В затемненной аудитории бросают параллельно доске «палку» с лампочкой, причём последняя может быть смещена от центра масс системы на некоторое расстояние или находится в центре масс. «Палка» после броска летит, вращаясь; в первом случае мы наблюдаем сложную кривую с «петлями»,

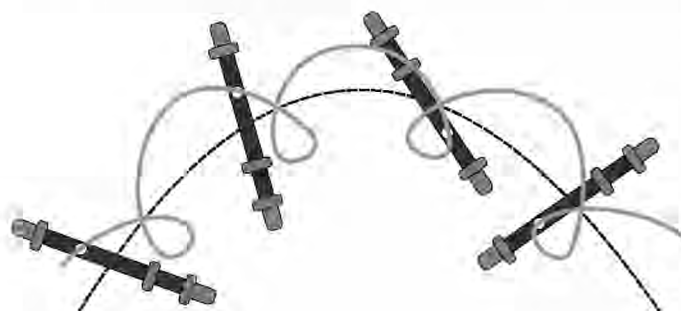


Рис. 2.1.1а

во втором случае наблюдается параболическая траектория центра масс (рис. 2.1.1а). Положение центра масс системы при разном распределении массы вдоль «палки» определяется путем ее подвешивания: если точка подвеса находится над центром масс, то «палка» висит горизонтально.

«Палка» длиной около 30 см (рис. 2.1.1б) состоит из нескольких цилиндрических деталей, внутри неё находятся две пальчиковые батарейки, выключатель и лампочка от карманного фонаря. Вокруг лампочки профрезерованы сквозные пазы, чтобы она была хорошо видна во время полёта. На концы «палки» и вдоль неё надеты резиновые амортизаторы, смягчающие удар при падении на пол. Крайние секции «палки», изготовленные из лёгкого дюралюминия и тяжёлой латуни, свинчиваются и могут меняться местами, при этом центр масс системы смещается. Массы деталей подобраны так, чтобы при одном положении крайних секций центр масс находился вблизи светящейся нити лампочки (при этом он располагается не на середине «палки»!), а при другом — отстоял от лампочки на несколько сантиметров.



Рис. 2.1.1б

2) опыт с дощечкой на столе.

На аудиторный стол кладется дощечка, на которую можно дополнительно прикреплять грузик, меняя положение её центра масс. Положение центра масс дощечки проверяется подвешиванием. После горизонтального удара молотком дощечка скользит по столу так, что её центр

масс движется по прямой линии в направлении удара, независимо от того, в какое место дощечки был произведен удар, был ли на ней грузик и каков характер её движения – поступательный или вращательный (рис. 2.1.2). Для увеличения наглядности опыта рекомендуется на аудиторном столе провести мелом прямую линию, на которую помещается центр масс дощечки и вдоль которой затем наносится удар.



Рис. 2.1.2

2.2. Маятник Обербека (момент силы и момент инерции)

Крестообразный маятник Обербека состоит из четырёх взаимно перпендикулярных стержней, вставленных в цилиндрическую обойму, которая может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через подшипники в неподвижной подставке прибора (рис. 2.2). На стержни насажены четыре грузика, которые можно перемещать, меняя момент инерции маятника. На оси имеются два шкива различного диаметра, на которые можно наматывать шнурок, перекинутый через блок. К концу шнурка подвешиваются различные грузы.

Установка позволяет продемонстрировать зависимость углового ускорения маятника, которое оценивается по скорости опускания груза, от величины момента инерции при постоянном моменте силы, а также от приложенного момента силы натяжения шнурка при постоянном моменте инерции.

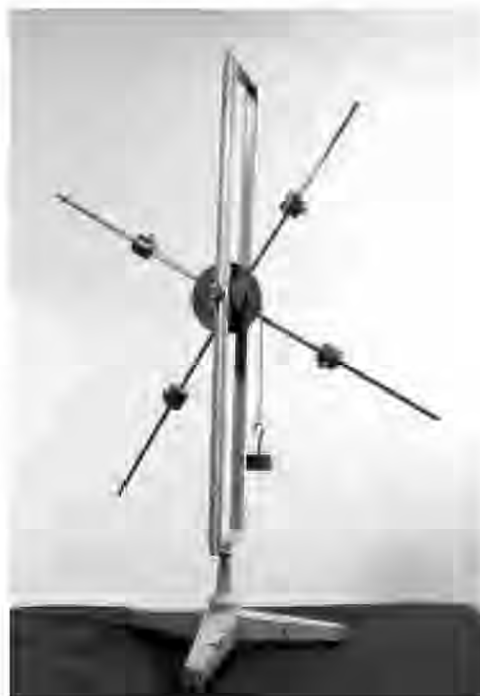


Рис. 2.2

2.3. «Непослушная» катушка

На ось большой катушки, лежащей на горизонтальном столе, намотана нить. Если тянуть за нить, то катушка ведет себя по-разному в зависимости от того, какой угол с горизонтом составляет нить (рис. 2.3). В случае, когда катушку тянут под большим углом, катушка катится в сторону от человека, который ее тянет. Поэтому катушку называют «непослушной». Если же

тянуть нить под маленьким углом к горизонту, то катушка будет катиться в направлении приложенной силы, то есть к тянущему за нить человеку. В случае, когда линия приложения силы натяжения нити проходит через линию касания катушки и стола, сумма моментов сил, действующих на катушку, равна нулю, и катушка остается на месте или проскальзывает.



Рис.2.3

2.4. Скатывание цилиндров с различным распределением масс с наклонной плоскости (полый, сплошной цилиндры и «ванька-встанька»)

Цилиндры равной массы (проверяется взвешиванием) с различными моментами инерции, т.е. с различным распределением массы относительно оси, скатываются с наклонной плоскости с различными ускорениями (рис. 2.4): цилиндр с большим моментом инерции (пустотелый) скатывается медленнее, чем цилиндр того же радиуса с меньшим моментом инерции (сплошной). Однако, все цилиндры с одинаковым распределением массы относительно оси, независимо от их радиуса, скатываются с одинаковым ускорением. Цилиндр с неравномерным распределением массы относительно оси («ванька-встанька»), изготовленный из куска пенопласта с асимметрично расположенным тяжёлым грузиком внутри, при качении с наклонной плоскости описывает замысловатую траекторию, меняя направление движения и подпрыгивая.



Рис.2.4

2.5. Маятник Максвелла:

1) с лопатками для создания трения о воздух.

Маятник Максвелла представляет из себя колесо с тонкой длинной осью, на концы которой намотаны две нити, пропущенные через отверстия в оси и закрепленные на штативе (рис. 2.5.1). После отпускания маятника нити разматываются, колесо раскручивается, приобретая большую угловую скорость, и после рывка нитей («удара») при прохождении нижней точки движется вверх, наматывая нити на ось; затем процесс повторяется. Такие

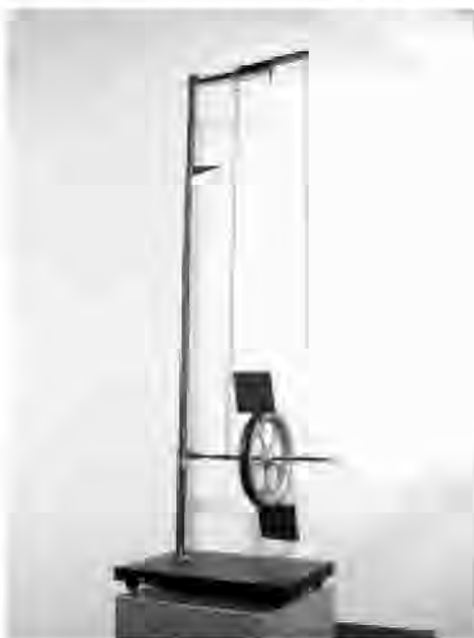


Рис.2.5.1



Рис.2.5.2

колебания могут происходить довольно долго, так как потери энергии при движении маятника малы. Если увеличить потери энергии за счет трения о воздух, установив на ободе колеса лопаточки, колебания быстро затухают.

2) на весах.

При движении маятника вниз и вверх его ускорение всё время направлено вниз: в первом случае скорость возрастает, во втором, после «удара» в нижней точке и изменения направления скорости, убывает. При этом сила натяжения нитей маятника меньше его веса. Для демонстрации этого явления маятник подвешивается за нити к коромыслу весов и уравнивается при полностью размотанных нитях (рис. 2.5.2). Затем нити наматываются на ось, и маятник отпускают, наблюдая нарушение равновесия весов: при опускании и подъёме маятник кажется легче, чем в неподвижном состоянии.

3) с фазой вращения в нижней точке.

Модифицированный маятник Максвелла представляет из себя диск с тонкой осью, на каждом конце которой просверлено по два отверстия. Нить, выходящая из одного отверстия, поднимается вверх, где на штативе установлен ролик, огибает ролик и спускается вниз, где намотано 10 оборотов на ось, а конец нити закреплён во втором отверстии (рис. 2.5.3). В начале опы-



Рис.2.5.3

та оба конца нити наматываются на ось, пока маятник не поднимется до верхнего положения, затем маятник освобождают, и он начинает опускаться, как и обычный маятник Максвелла. Однако, в нижней точке вместо «удара» и изменения направления движения маятник останавливается, и начинается перематывание 10 витков нити между отверстиями. Когда перематывание закончится, маятник вновь наматывает оба конца нити на ось и поднимается вверх. Таким образом, в нижней точке цикла движения маятника имеется продолжительная фаза вращения, что делает более наглядным процесс перехода механической энергии маятника из потенциальной наверху в кинетическую энергию вращательного движения внизу, и затем вновь в потенциальную энергию при повторном подъёме. Кроме того, за время вращения в нижней точке (несколько секунд) можно измерить угловую скорость ω вращения маятника и затем сравнить величины потенциальной (mgh) и кинетической ($J\omega^2/2$) энергий маятника в крайних положениях. При этом мас-

са маятника m , высота подъёма h и момент инерции $J \approx \frac{1}{2} m_{\text{диска}} r_{\text{диска}}^2$ могут быть измерены и вычислены заранее.

2.6. Свободные оси вращения:

1) *бросание параллелепипеда.* Для демонстрации того, что устойчивое свободное вращение тела может происходить только вокруг главных центральных осей с наибольшим и наименьшим значениями момента инерции, а вращение вокруг оси с промежуточным значением момента инерции неустойчиво, подбрасывают прямоугольный однородный параллелепипед из пенопласта, размеры которого по всем трем осям различны (рис. 2.6.1а). Закручивая его при броске поочередно вокруг всех трех главных центральных осей, наблюдают полет с устойчивым вращением при максимальном и минимальном моментах инерции и неустойчивое вращение — кувыркание — при промежуточном (рис. 2.6.1б).



Рис.2.6.1а



Рис.2.6.1б

2) вращение стержня, диска, кольца и цепочки на центробежной машине. На валу центробежной машины подвешиваются на нити и закручиваются разные тела: стержень, диск, кольцо, кольцо из цепочки. После установления вращения происходит вращение вокруг главной центральной оси с наибольшим моментом инерции: перпендикулярно стержню, вдоль оси диска (рис. 2.6.2), кольца и цепочки, принимающей круглую кольцеобразную форму под действием центробежных сил инерции. Затем тела освобождаются (нить отцепляется), и демонстрируется устойчивость их свободного вращения во время падения.



Рис.2.6.2

2.7. Опыты на вращающемся столе с воздушной подушкой:

Стол с воздушной подушкой состоит из полого перфорированного цилиндрического основания, внутрь которого через шланг нагнетается воздух от воздуходувки для воздушной дорожки, и надетой на основание круглой подвижной платформы с выемкой в нижней части, диаметр которой несколько превышает диаметр основания (рис. 2.7а). Воздушная подушка, образующаяся между платформой и основанием, приподнимает платформу и не позволяет ей заметно смещаться в радиальном направлении. На внешней части платформы имеется шпенец для закрепления нити и канавка, в которую закладывается нить при ее намотке на платформу. К установке прилагается полая штанга с двумя блоками на воздушной подушке, используемая в ряде демонстраций по кинематике и динамике вращательного движения. Нить после намотки нескольких оборотов вокруг платформы перекидывается через блоки, и к ее концу могут подвешиваться грузики известной массы. На платформе могут помещаться тела различной формы. Установка снабжена оптическим датчиком углового положения платформы с выходом на компьютер, что позволяет получать



Рис.2.7а

кинематические характеристики движения — зависимости угла поворота, угловой скорости и углового ускорения платформы от времени.

1) *кинематика вращательного движения.* Демонстрируется равномерное вращение платформы в отсутствие моментов внешних сил и равноускоренное движение под действием постоянного момента M силы натяжения T нити, к концу которой прикреплен грузик. Программное обеспечение демонстрации аналогично программному обеспечению опытов по кинематике поступательного движения тележки на воздушной дорожке: на дисплей выводятся зависимости угла поворота φ , угловой скорости ω и углового ускорения ϵ платформы от времени t , а также значения углового ускорения, вычисленные по методу наименьших квадратов из зависимостей $\omega(t)$ и $\varphi(t)$.

2) *динамика вращательного движения.* Проверяется основное уравнение динамики вращательного движения $J\epsilon = M$, т.е. пропорциональность углового ускорения ϵ приложенному моменту внешних сил $M = rT$ при постоянном моменте инерции платформы J (r — радиус платформы, на которую намотана нить; сила натяжения нити T определяется, исходя из массы m грузиков, подвешенных к нити), а также то, что ϵ обратно пропорционально J при постоянном M . При этом момент инерции платформы изменяется путем помещения в ее центр цилиндрических грузов известного радиуса и массы. Программное обеспечение демонстрации также аналогично программному обеспечению опытов по проверке второго закона Ньютона на воздушной дорожке.

3) *проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера.* Независимо измеряя ϵ и M , можно найти момент инерции платформы J . Это позволяет проверить теорему Гюйгенса-Штейнера: $J = J_0 + mR^2$. Вначале два одинаковых груза массы m помещаются в центр платформы, и измеряется J_0 . Затем грузы симметрично смещаются таким



Рис. 2.76

образом, чтобы их центры масс находились на расстоянии R от центра платформы (рис. 2.76), и измеряется J . На дисплее компьютера выводится найденное значение J и вычисленное значение суммы $J_0 + mR^2$.

2.8. Закон сохранения момента количества движения:

1) скамья Жуковского (с гантелями и с велосипедным колесом). С помощью скамьи Жуковского, представляющей из себя кресло на подшипниках, позволяющих ему свободно вращаться вокруг вертикальной оси, иллюстрируется закон сохранения момента импульса. Опыт демонстрируется в двух вариантах. Вначале экспериментатор с гантелями в руках садится в кресло и закручивается, или помощник закручивает его при вытянутых в стороны руках с гантелями. Когда экспериментатор прижимает руки к корпусу, уменьшая свой момент инерции (рис. 2.8.1а), угловая скорость вращения кресла вокруг вертикальной оси возрастает, а при разведении рук — уменьшается (рис. 2.8.1б), так как суммарный момент импульса не меняется. В другом варианте опыта помощники раскручивают велосипедное колесо со специально утяжелённым ободом, насаженное на длинную ось, и передают его при горизонтальном положении оси экспериментатору, сидящему в кресле (рис. 2.8.1в). Когда он поднимает ось в вертикальное положение, кресло закручивается в сторону, противоположную вращению колеса; при возврате оси в горизонтальное положение кресло останавливается, а при повороте оси вертикально вниз — закручивается в противоположную сторону, так как суммарная проекция на вертикальную ось момента импульса экспериментатора с колесом сохраняет постоянное нулевое значение.



Рис. 2.8.1

2) *вращение ротора и статора электродвигателя, закреплённого в подшипниках.* Обычно статор электродвигателя закрепляется на станине, так что при включении тока раскручивается лишь ротор, хотя и на статор действует момент сил. Это можно продемонстрировать при помощи установки, где статор установлен в двух подшипниках, закреплённых на неподвижном основании (рис. 2.8.2). Ток к статору подводится через специальные контактные кольца и щётки. На ротор двигателя насажен диск с меткой, чтобы было удобнее следить за его вращением. При включении двигателя ротор и статор закручиваются в противоположных направлениях, демонстрируя сохранение начальной нулевой проекции момента импульса на ось вращения установки. Если статор закрепить при помощи скобы, то ротор закручивается с большей скоростью, чем в первом случае.



Рис. 2.8.2



Рис. 2.8.3

3) *пушка с несимметричным снарядом.* Пушка, заправленная несколькими каплями эфира, стреляет после поджигания горючей смеси в стволе искрой от автомобильной свечи. В качестве снаряда берется несимметричное тело, центр масс которого расположен в стороне от оси пушки (рис. 2.8.3). При выстреле снаряд закручивается в одну сторону, а пушка — в другую, так как суммарный момент импульса пушки со снарядом равен нулю до и после выстрела.

4) *«кошка» Конопаткина.* Демонстрируется модель, иллюстрирующая принцип, используемый кошкой для того, чтобы во время падения из любого положения развернуться и приземлиться на лапы. Поскольку во время падения момент импульса «кошки» сохраняется, вращение части ее тела — «хвоста» — в

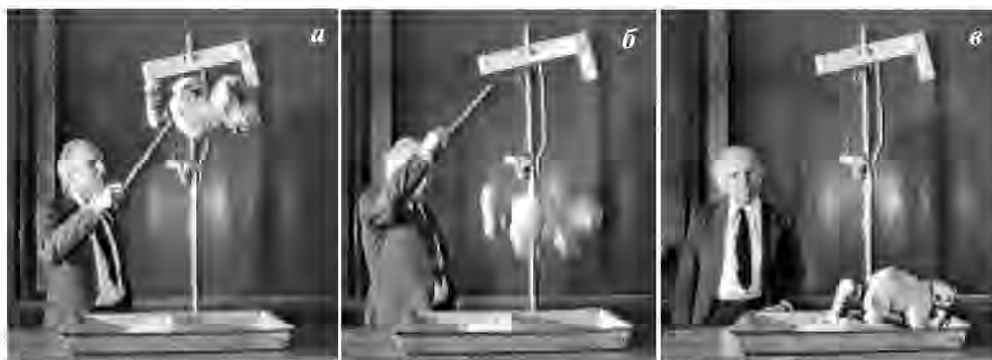


Рис. 2.8.4

одну сторону приводит к повороту туловища в другую сторону, и «кошка», падая вначале спиной вниз, все же приземляется на лапы (рис. 2.8.4а, б, в).

5) маятник Пешехонова. Гантелеобразный физический маятник может совершать колебания вокруг горизонтальной оси, проходящей немного выше его центра масс. Эта ось, в свою очередь, укреплена в вилке, которая может свободно вращаться в подшипниках вокруг вертикальной оси. Если заставить маятник одновременно колебаться и вращаться, то он будет совершать сложное движение, быстро закручиваясь при каждом прохождении положения равновесия и замедляя вращение при максимальном отклонении, так как момент импульса относительно вертикальной оси сохраняется, а момент инерции маятника меняется в процессе колебаний (рис. 2.8.5).



Рис. 2.8.5

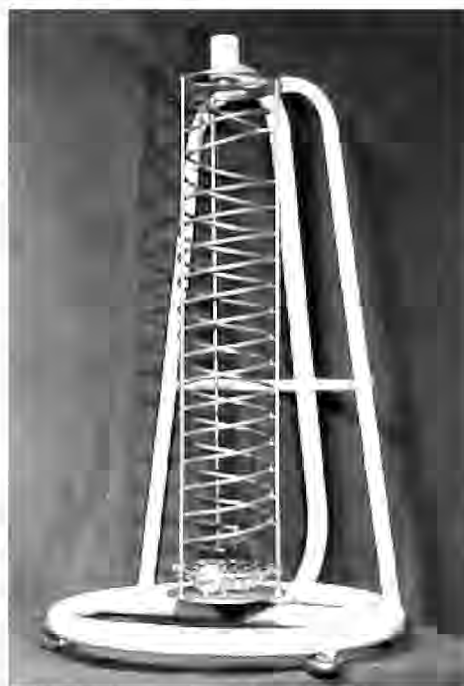


Рис. 2.8.6

6) вращающаяся двойная цилиндрическая спираль. Установка (рис. 2.8.6) состоит из массивного основания, вверху и внизу которого установлены шарикоподшипники. В них может свободно вращаться вокруг вертикальной оси двойная цилиндрическая спираль, навитая из дюралевого трубки и прикрепленная к трём вертикальным стержням, соединённым с двумя дисками, опирающимися на нижний и верхний подшипники. Витки спирали образуют рельсы, по которым может катиться шарик, положенный между ними через отверстие в верхнем опорном диске, после разгона на специальном верхнем разгонном витке, имеющем переменный шаг и наклон. Под нижним концом спирали прикреплена защитная сетка для предохранения установки от ударов падающего шарика и может устанавливаться ловушка, задерживающая шарик после прохождения последнего витка.

Для демонстрации закона сохранения момента количества движения в спираль закладывают массивный стальной шарик и, одновременно отпустив их, наблюдают закручивание спирали в сторону, противоположную дви-

жению шарика. После того, как шарик, уносящий определённый момент импульса относительно оси установки, вылетит из последнего витка спирали, она некоторое время вращается в противоположную сторону, пока не израсходует свой момент импульса на преодоление момента сил трения. Если внизу спирали установить ловушку для шарика, то после его вылета из последнего витка и попадания в ловушку он отдаёт приобретённый момент импульса спирали, и её вращение останавливается, поскольку суммарный момент импульса установки при движении шарика остаётся равным нулю.

Закрепив спираль в неподвижном положении, на установке можно также продемонстрировать действие сил реакции рельсов, заставляющих шарик двигаться по искривлённой траектории, подобно тому, как движется мотоциклист во время гонок по вертикальной стене. Если остановить движение шарика по спирали, он тут же срывается и падает вниз.

2.9. Гироскопы:

1) *сохранение направления оси вращения свободного гироскопа (карданов подвес, волчок)*. Для демонстрации используется уравновешенный гироскоп, установленный в кардановом подвесе, что позволяет ему свободно вращаться вокруг трёх взаимно перпендикулярных осей, не подвергаясь воздействию моментов внешних сил (рис.2.9.1а). Гироскоп раскручивается при помощи шнурка, продетого через отверстие в оси и намотанного на неё. При перемещениях и вращении подставки после раскрутки гироскопа его ось сохраняет неизменное направление в пространстве, поскольку сохраняется момент количества движения, направленный вдоль оси гироскопа.

Сохранение направления оси вращения свободного гироскопа можно также продемонстрировать при помощи волчка (рис. 2.9.1б). Если раскрутить волчок на большом листе картона, то, взяв картон двумя руками, можно подбросить волчок вверх. При этом видно, что во время полета ось волчка сохраняет неизменное направление в пространстве. После приземления волчок, как обычно, медленно прецессирует вокруг вертикали.



Рис.2.9.1а



Рис.2.9.1б

2) *прецессия и нутация гироскопа*. Опыт может показываться в нескольких вариантах — с гироскопом в кардановом подвесе (а), гироскопом, подвешенным за рамку (б), с небольшим велосипедным колесом из литой резины, подвешенным за конец оси (в), и с массивным волчком, точка опоры которого лежит выше центра масс (г).

Во всех этих случаях наблюдается вынужденная прецессия гироскопа после приложения к нему момента внешних сил. Демонстрируется также нутация гироскопа, т.е. быстрые колебания его оси на фоне прецессии после резкого удара по оси.

а) Если к концу оси уравновешенного гироскопа в кардановом подвесе, раскрученного в наклонном положении, прикрепить грузик, создав, таким образом, момент силы тяжести, то гироскоп начинает прецессировать вокруг вертикальной оси. Если прикрепить к концу оси гироскопа резиновую ленту и тянуть за неё в различных направлениях, то можно продемонстрировать, что прецессия происходит вокруг направления постоянной силы, приложенной к гироскопу.



Рис. 2.9.2а

Для данной демонстрации можно использовать также гироскоп, являющийся ротором высокооборотного электродвигателя (рис. 2.9.2а).

Поскольку на штангу, расположенную вдоль оси этого гироскопа, надет грузик, положение которого можно изменять, то можно приложить к гироскопу определённый момент силы тяжести, сместив этот грузик. Когда точка опоры не совпадает с центром масс гироскопа, мы получаем т.н. «гироскопический маятник», угловая скорость прецессии которого постоянна, т.е. не зависит от наклона оси гироскопа. Гироскопические маятники с большими периодами прецессии (десятки минут) мало подвержены действию кратковременных сил и применяются на самолётах и морских судах для создания искусственного горизонта и искусственной вертикали. После наблюдения движения гироскопического маятника можно продемонстрировать работу авиагоризонта.

б), в) Для демонстрации прецессии под действием силы тяжести можно использовать гироскоп, подвешенный на шнуре за рамку вблизи конца оси (рис. 2.9.2б), или небольшое велосипедное колесо, подвешенное за конец оси. Для этой цели хорошо подходят массивные колёса от детских велосипедов, изготовленные из литой резины и обладающие большим моментом инерции (рис. 2.9.2в). Пока гироскоп или колесо не раскручены, они свободно висят на шнурах, а после раскрутки при горизонтальном положении оси — прецессируют под действием собственного веса вокруг вертикали. Если подтолкнуть ось в



Рис. 2.9.2б



Рис. 2.9.2в

направлении прецессии, то она поднимется, приближаясь к вертикальному положению, а если задержать прецессию, то ось гироскопа опустится, поскольку при этом появляется прецессия вокруг горизонтальной оси, по которой направлена дополнительная сила, действующая на гироскоп. После резкого удара по оси вращающегося колеса наблюдаются затухающие нутационные колебания.

г) Массивный волчок специальной формы, изготовленный таким образом, что его центр масс находится ниже острия, устанавливается на специальной подставке в виде усеченного конуса (рис. 2.9.2г). Острие волчка опирается на выемку наверху подставки, что позволяет оси волчка отклоняться от



Рис. 2.9.2г

вертикали на значительные углы (до $\sim 30^\circ$). После раскручивания волчка при помощи электродвигателя с цилиндрической резиновой насадкой на валу можно наблюдать медленную прецессию, отклонив ось волчка от вертикали ударом деревянного молотка. При этом после удара одновременно с прецессией наблюдается и нутация волчка. Амплитуда нутационных колебаний оси при малых угловых скоростях вращения волчка может быть достаточно велика.

3) *опрокидывающийся гироскоп (гироскоп на вращающемся диске)*. Полусвободный гироскоп, имеющий возможность свободно поворачиваться только в одной вертикальной плоскости, после раскрутки ставится на поворотное основание; при его поворотах ось вращения гироскопа устанавливается параллельно оси вращения основания, причем оба вращения происходят в одну и ту же сторону (рис. 2.9.3). При изменении направления вращения основания на противоположное гироскоп «опрокидывается», т.е. переворачивается на 180° . Опыт может служить иллюстрацией к опыту Барнетта по ферромагнетизму.



Рис. 2.9.3

4) *катящийся обруч*. Металлический обруч или диск заставляют катиться по горизонтальному аудиторному столу. Затем по верхней части обруча, перпендикулярно его плоскости, наносят удар деревянным молотком, как бы желая опрокинуть обруч на бок. В результате этого направление движения обруча изменяется: он поворачивается вокруг вертикальной оси и начинает катиться под углом к первоначальному направлению. Опыт может служить иллюстрацией принципа езды на велосипеде.

2.10. Гироскопические силы:

1) *гибкий диск*. Демонстрируется происхождение гироскопических сил, возникающих при попытках изменить направление оси вращающегося тела. Гироскопические силы, возникающие при поворотах оси гироскопа, можно рассматривать как силы Кориолиса во вращающейся системе отсчета. Предположим, что диск гироскопа, вращавшийся с угловой скоростью ω , начинает поворачиваться вокруг оси OO' , проходящей через центр масс диска и лежащей в его плоскости, с угловой скоростью Ω (рис 2.10.1a). При этом в системе отсчета, связанной с осью гироскопа и вращающейся с угловой скоростью Ω , возникают кориолисовы силы инерции

$$\Delta F_k = -2\Delta m [\Omega \times \mathbf{v}], \quad (*)$$
 достигающие максимальной величины на линии, совпадающей с осью поворота Ω ; здесь $\mathbf{v} = [\omega \times \mathbf{r}]$ — линейная скорость, Δm — масса, $\mathbf{r}$ — расстояние элемента диска от оси вращения. Эти

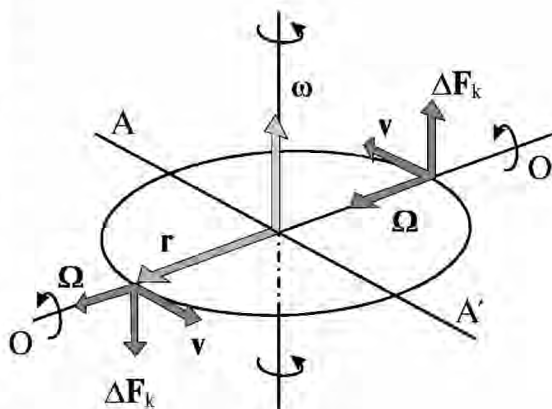


Рис. 2.10.1a

силы стремятся повернуть диск вокруг оси AA' , перпендикулярной ω , и у свободного гироскопа вызывают прецессионное движение.

Если у диска гироскопа гибкие края, то наличие кориолисовых сил будет наглядно проявляться в изгибании этих краев в направлении действия сил. Для приведения диска во вращение с угловой скоростью Ω его центральная часть должна быть жесткой; таким образом, диск должен иметь переменную жесткость, максимальную в центре и минимальную по краям. Для показа на лекции желательно добиться как можно большего изгиба диска; при этом следует иметь в виду, что максимальное отклонение краев будет наблюдаться при сравнительно небольших скоростях вращения ω , когда центробежные силы инерции, пропорциональные ω^2 и стремящиеся вернуть отклоненные края диска в плоскость, перпендикулярную оси вращения, будут не слишком велики по сравнению с изгибающими диск кориолисовыми силами, пропорциональными ω .

Конструктивно демонстрация оформлена следующим образом (рис. 2.10.16). Двигатель с диском на валу закреплен на поворотном устройстве таким образом, что ось поворота OO' лежит в плоскости диска и проходит через его центр. Ось поворотного устройства с ручкой проходит через два подшипника, установленные на стойке, прикрепленной к массивной станине. Питание двигателя осуществляется от сети переменного тока (~ 220 В) через последовательно включенный конденсатор, величина которого подбирается с целью достижения оптимальной скорости вращения диска. При первоначальном разгоне диска можно

увеличить напряжение на двигателе при помощи кнопки «Разгон». Тумблер включения двигателя, кнопка и конденсаторы установлены на станине, а передача питания к двигателю для удобства показа демонстрации осуществляется через скользящие контакты, смонтированные на оси поворотного устройства. Станина заземляется отдельным проводом.



Рис. 2.10.16

Диск переменной жесткости склеен из концентрических резиновых кругов диаметром 40 см (1 шт), 30 см (2 шт) и 20 см (2 шт), изготовленных из листовой вакуумной резины толщиной 2 мм. Круги меньшего диаметра наклеены последовательно на обе стороны большого диска и зажаты между двумя дюралевыми шайбами диаметром 10 см, прикрепленными винтами к специальной втулке на валу двигателя. Для удобства наблюдения изгиба краев и направления вращения диска он имеет яркую концентрическую окраску с

темными пятнами на центральных дюралевых шайбах. При показе демонстрации вначале раскручивают диск, затем, вращая ручку поворотного устройства в одну сторону, добиваются устойчивого изгиба краев диска (рис. 2.10.1в) и убеждаются в соответствии расположения и направления этого изгиба формуле (*); после изменения направления вращения наблюдают изменение направления изгиба на противоположное.



Рис.2.10.1в

2) *монорельсовая дорога*. Демонстрируется применение гироскопических сил для стабилизации движения двухколесной тележки вдоль проволоки, натянутой в аудитории. Пока гироскоп, помещенный на тележке, центр масс которой расположен выше опорной проволоки, не раскручен, тележка не может устойчиво катиться вдоль проволоки и срывается. После раскрутки гироскопа (при вертикальном расположении его оси) наблюдается устойчивое движение тележки по проволоке. Для стабилизации тележки используется полусвободный гироскоп со смещенным вверх при помощи грузика центром тяжести (рис. 2.10.2); ось гироскопа имеет возможность свободно поворачиваться только в вертикальной плоскости вокруг оси, перпендикулярной проволоке. При отклонении тележки от вертикального положения возникает момент сил тяжести, направленный вдоль проволоки; этот момент вызывает прецессию — наклон оси гироскопа в направлении от вертикали к проволоке. Из-за этого наклона, поскольку центр масс гироскопа смещён грузиком вверх, возникает момент сил тяжести, перпендикулярный проволоке и стремящийся повернуть ось гироскопа обратно к вертикальной плоскости. На поворотные подшипники гироскопа при этом действует момент гироскопических сил, возвращающий тележку в вертикальное положение. Стабилизация тележки возможна, пока ось вращения гироскопа при колебаниях не достигнет горизонтального положения; после этого тележка срывается.



Рис.2.10.2

3) *гироскоп на качалке*. Гироскоп, являющийся ротором высокоскоростного электродвигателя, закрепляют на специальной подставке, напоминающей нижнюю часть кресла-качалки. Если ось раскрученного гироскопа установлена горизонтально перпендикулярно плоскости качания подставки (рис. 2.10.3а), то



Рис. 2.10.3а



Рис. 2.10.3б

качалка может свободно раскачиваться, поскольку направление оси гироскопа при этом не изменяется. Если же ось гироскопа закреплена в вертикальном положении (рис. 2.10.3б), то для того, чтобы наклонить качалку, нужно приложить к ней значительное усилие. Если сильно ударить по качалке кулаком, пытаясь наклонить ее, то она будет подпрыгивать, а не наклоняться, сопротивляясь изменению направления оси вращающегося гироскопа.

4) *гироскоп в шаре*. Опыт, аналогичный предыдущему, можно продемонстрировать при помощи гироскопа, помещенного внутрь полый разборной сферы (рис. 2.10.4). Внутри сферы, которая собирается из двух половинок, имеются опоры игольчатых подшипников для крепления гироскопа. Ротор гироскопа раскручивается при помощи нити, намотанной на его ось и пропущенной через небольшое отверстие в сфере. После раскручивания ротора шар может свободно катиться по столу только таким образом, чтобы направление оси ротора оставалось неизменным, например, горизонтальным и перпендикулярным направлению движения. После толчка в произвольном направлении шар не катится равномерно по столу, а движется вначале с проскальзыванием, выписывая замысловатую траекторию, после чего обычно начинается качение с вращением шара вокруг наклонной оси, совпадающей с осью вращения ротора.



Рис. 2.10.4

произвольном направлении шар не катится равномерно по столу, а движется вначале с проскальзыванием, выписывая замысловатую траекторию, после чего обычно начинается качение с вращением шара вокруг наклонной оси, совпадающей с осью вращения ротора.

2.11. Вращение деревянного яйца

Движение волчков отличается от движения гироскопов тем, что в общем случае они не имеют ни одной неподвижной точки. Теория движения волчка достаточно сложна и в курсе общей физики подробно не рассматривается. Следует отметить, что на движение волчка важное влияние оказывает сила трения в точке его соприкосновения с поверхностью, на которой он вращается. Быстро закрученный волчок стремится вращаться в таком положении, чтобы его центр масс находился как можно выше. В случае яйцеобразного волчка вращение «на боку» неустойчиво, и волчок поднимается, продолжая устойчивое вращение на более остром конце до тех пор, пока его угловая скорость не снизится ниже некоторой критической величины, после чего он упадет.

Для демонстрации этого явления используется специально выточенное деревянное «яйцо», которое закручивается на аудиторном столе (рис. 2.11). Можно также проделать этот опыт с двумя куриными яйцами, одно из которых сварено вкрутую, а другое оставлено сырым. В последнем случае раскрутить яйцо не удастся из-за наличия внутри него жидкого содержимого. Заметим, что не каждое крутое яйцо можно, раскрутив, поставить на острый конец. Это связано с тем, что воздушный мешок, который есть в яйце, может располагаться таким образом, что центр масс окажется смещенным ближе к острому концу, и яйцо будет устойчиво вращаться на тупом конце.



Рис.2.11

2.12. Китайский волчок

Для демонстрации используется волчок специальной формы, представляющий из себя усеченный шар с осью в виде короткого стержня, расположенного вдоль оси симметрии (рис. 2.12). Центр масс такого волчка расположен ниже центра шара, и его быстрое вращение осью вверх неустойчиво. После раскручивания в таком положении волчок постепенно переворачивается, встает на ось, как на ножку, и продолжает некоторое время устойчиво вращаться на ней. Следует отметить, что в процессе переворачивания китайского волчка его момент импульса сохраняет свое направление в пространстве, то есть волчок после переворота вращается относительно сто-



Рис.2.12

ла в том же направлении. В то же время, относительно оси симметрии волчка вращение после переворачивания будет происходить в противоположную сторону, если смотреть со стороны ножки, то есть в процессе переворота угловая скорость вращения вокруг оси симметрии проходит через ноль и меняет знак на противоположный.

2.13. Кельтские камни

Забавный опыт, демонстрирующий сложное поведение волчка, можно показать при помощи так называемых «кельтских камней». Они представляют собой внешне одинаковые половинки деревянного эллипсоида вращения (рис. 2.13). Будучи закрученными на аудиторном столе вокруг верти-

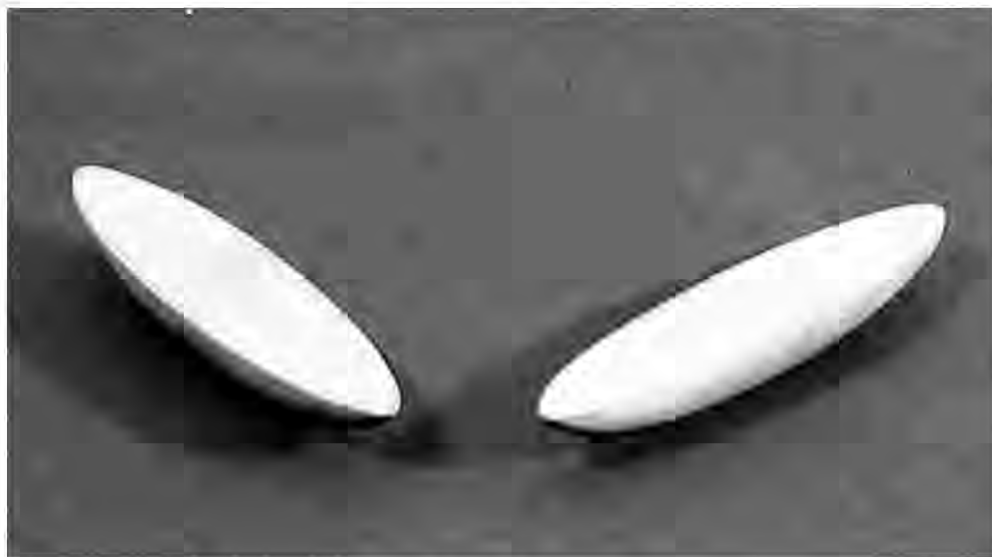


Рис. 2.13

кальной оси, перпендикулярной длинной оси эллипсоида, они демонстрируют радикально отличающееся друг от друга поведение: один «камень» «умеет» устойчиво вращаться только по часовой стрелке, а другой — против часовой стрелки. Если закрутить «камень» не в том направлении, то он начинает раскачиваться при вращении, затем вращение останавливается, и остаются только колебания вокруг горизонтальной оси, которые, в свою очередь, превращаются во вращательное движение в противоположном направлении.

Секрет опыта заключается в том, что главные оси инерции у двух «камней» при помощи небольших грузиков, находящихся внутри, смещены в разные стороны относительно осей эллипсоида. При этом грузики помещаются парами в углубления, расположенные центрально-симметрично на верхней плоской части «камней», и заклеиваются сверху тонким слоем шпона, так что внешне «камни» выглядят совершенно одинаково, и их центры масс не смещаются относительно своего положения для однородных деревянных заготовок. Разница в поведении «камней» становится заметной лишь при их вращении.